Consommation d'électricité (compléments du Chapitre 10)

Yves Aragon*
Université Toulouse 1 Capitole

22 novembre 2011

Exercice 10.1
Superposer les chronogrammes de u, défini section 1 et u.3c. Commenter.

Réponse.

```
> require(caschrono)
> data(khct)
```

Nous formons le data frame des variables de la période d'apprentissage :

```
> khct.df<-as.data.frame(window(cbind(khct,time(khct),
+ (time(khct)-1977)^2), end=c(1983,12)))
> colnames(khct.df) <- c("kwh","htdd","cldd","t1","t1.2")
```

et réestimer (10.1).

```
> mod2 = lm(sqrt(kwh) ~ htdd + cldd + t1 + t1.2, data=khct.df)
> u = ts(residuals(mod2), start=c(1970,1), frequency=12)
```

$$\sqrt{\mathtt{kwh}_t} = -673.06 + 0.00066\,\mathtt{htdd}_t + 0.01\,\mathtt{cldd}_t + 0.3456\,\mathtt{temps}_t - 0.0059\,(\mathtt{temps} - 1977)_t^2 + u_t. \tag{10.1}$$

Nous avons besoin du détail de l'estimation conduisant à u.3c :

```
> kwh1rc = window(sqrt(khct[,"kwh"]), end=c(1983,12))
> xreg1 = khct.df[ ,c("htdd","cldd","t1","t1.2")]
> xreg2 =   xreg1[,-4]
> (mdarx3c=Arima(kwh1rc,order=c(1,0,0),seasonal=list(order=c(1,0,1)),
+   xreg=xreg2))
```

*aragon@cict.fr

```
Series: kwh1rc
ARIMA(1,0,0)(1,0,1)[12] with non-zero mean

Coefficients:
         ar1     sar1     sma1   intercept    htdd    cldd
      0.6323   0.9840  -0.7766   -680.9117  6e-04  0.0073
s.e.  0.0605   0.0138   0.0912     24.8211  1e-04  0.0005
          t1
      0.3496
s.e.  0.0126

sigma^2 estimated as 0.03524:  log likelihood=33.47
AIC=-50.94   AICc=-50.03   BIC=-25.95
```

```
> u.3c=kwh1rc-as.matrix(xreg2)%*%as.matrix(mdarx3c$coef[5:7])-mdarx3c$coef
```

Enfin nous superposons les deux résidus :

```
> plot.ts(cbind(u,u.3c),plot.type = "single",lty=1:2)
> abline(h=0)
```

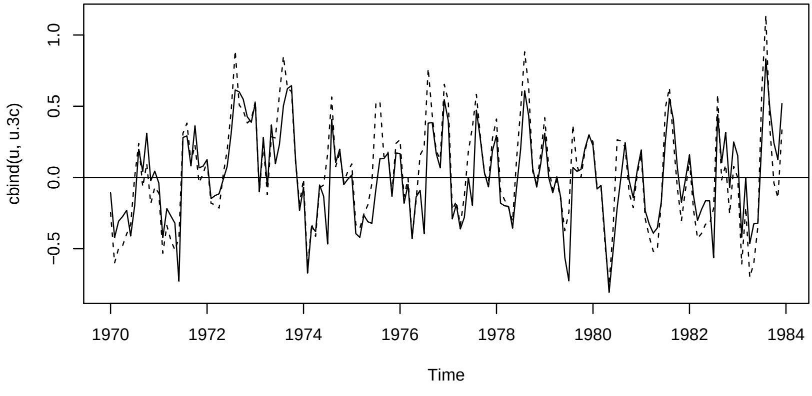

Fig. 1 – Chronogrammes superposés des résidus u et u.3c.

On observe que les résidus `u` et `u.3c` sont très proches (fig. 1) alors qu'il y a une variable explicative de la régression MCO `t1.2` absente de la régression MCG avec erreur SARMA$(1,0)(1,1)_{12}$.

Exercice 10.2
Tester que le coefficient de `cldd` est 10 fois plus grand que celui de `htdd`, dans (10.2).

Réponse. Le modèle estimé :

$$\begin{aligned} \sqrt{\mathtt{kwh}_t} &= -680.9117 + 0.00057\, \mathtt{htdd}_t + 0.0073\, \mathtt{cldd}_t + \\ &\qquad 0.3496\, \mathtt{temps}_t + u_t,\ t = 1, \cdots, 168 \\ u_t &= \frac{1 - 0.7766\,\mathrm{B}^{12}}{(1 - 0.6323\,\mathrm{B})(1 - 0.984\,\mathrm{B}^{12})} z_t, \qquad \widehat{\mathsf{var}}(z_t) = 0.03524 \end{aligned} \tag{10.2}$$

est contenu dans l'objet `mdarx3c`. Cet objet contient également la matrice des covariances estimée des estimateurs des paramètres. Notons Σ la sous-matrice des covariances des estimateurs de β_{cldd} et β_{htdd}.
Sous l'hypothèse : $\beta_{cldd} = 10\, \beta_{htdd}$, $\widehat{\beta}_{cldd} - 10\, \widehat{\beta}_{htdd} \sim AN(0, \sigma^2)$ où

$$\sigma^2 = \begin{bmatrix} 1 & -10 \end{bmatrix} \Sigma \begin{bmatrix} 1 \\ -10 \end{bmatrix}$$

D'où la statistique de test :

$$t = \frac{\widehat{\beta}_{cldd} - 10\, \widehat{\beta}_{htdd}}{\widehat{\sigma}}$$

sous H_0 elle suit approximativement une loi $\mathcal{N}(0,1)$. On remplace dans σ^2, tous les paramètres par leurs estimations. On rejettera l'hypothèse nulle pour de grandes valeurs absolues de t. Nous sommes maintenant en mesure de calculer t. Par `str(mdarx3c)` nous repérons les estimations des paramètres, élément `mdarx3c$coef`, et leur matrice des covariances estimées, élément `mdarx3c$var.coef`.

```
> vcovar= mdarx3c$var.coef[c('cldd','htdd'),c('cldd','htdd')]
> delta0 = mdarx3c$coef['cldd']- 10*mdarx3c$coef['htdd']
> sig2 = t(matrix(c(1,-10)))%*%vcovar%*%matrix(c(1,-10))
> (t0= delta0/sig2^.5)

         [,1]
[1,] 1.333361

> (p.val = 2*(1-pnorm(t0)))

          [,1]
[1,] 0.1824134
```

La p.value est supérieure à 18% ; on peut conserver cette hypothèse.