Simulation (compléments du Chapitre 7)

Yves Aragon*
Université Toulouse Capitole

14 novembre 2022

7.1 Exercices

Exercice 7.1 (Simulation d'un SARMA)
On veut simuler une série obéissant à (1.2).

- Tirer d'abord 290 observations i.i.d. suivant la loi de z_t.
- Simuler d'après cette série, une série de 240 valeurs obéissant à (1.2)

Réponse.

Cette simulation est effectuée par

```
> # graine
> set.seed(2761)
> innov1 <- rnorm(290, sd = 4.18)
> y <- arima.sim(list(order = c(12, 0, 1),
+                     ma = -.7, ar = c(rep(0, 11), .9)),
+                 innov = innov1, n.start = 50, n = 240) + 50
> y.ts <- ts(y, frequency = 12, start = c(1920, 1))
> ytr <- cbind(y.ts, nottem)
> colnames(ytr) <- c("serie simulee", "temperature")
```

Notons simplement que `innov1` correspond à z_t, `y` à $y_t - 50$ et qu'on a dû expliciter que les coefficients de la régression de y_t sur ses valeurs passées jusqu'en $t-11$, sont nuls.

Exercice 7.2 (ARIMA)
On veut simuler une série de 200 valeurs d'une autorégression dont le polynôme a deux racines strictement supérieurs à 1 et une racine égale à 1 :

$$(1-\frac{\mathrm{B}}{1.4})(1-\mathrm{B})(1-\frac{\mathrm{B}}{1.9}).$$

et la variance du bruit est égale à 1.

- Calculer le polynôme d'autorégression.
- Si on essaie de simuler cette série directement à l'aide de `arima.sim()`, qu'observe-t-on ? La série obéit à un ARIMA$(2,1,0)$. Après avoir consulté l'aide en ligne de cette fonction, reformuler la simulation pour pouvoir utiliser `arima.sim()`.
- Simuler la série à l'aide de `simulate()`.

*yves.aragon@gmail.com

Réponse.

— Calcul du polynôme d'autorégression.

```
> require("polynom")
> autop <- polynomial(c(1, -1/1.4)) * polynomial(c(1, -1)) *
+   polynomial(c(1, -1/1.9))
```

— Simulation directe. On obtient une erreur car la partie autorégressive du modèle n'est pas stationnaire. Le processus à simuler étant un ARIMA(2,1,0), on peut exprimer le facteur du terme en $(1-\mathrm{B})$: $(1-\mathrm{B}/1.4)(1-\mathrm{B}/1.9)$ et simuler l'ARIMA :

```
> autop1 <- polynomial(c(1, -1/1.4)) *
+   polynomial(c(1, -1/1.9))
> asim8b <- arima.sim(n = 60, list(ar = -autop1[-1],
+                                   order = c(2, 1, 0)))
```

— Pour simuler la série à l'aide de `simulate()`, on construit le modèle via `ARMA()` puis on le simule

```
> require(dse)
> AR <- array(autop1, c(length(autop1), 1, 1))
> MA <- array(1, c(1, 1, 1))
> mod2 <- ARMA(A = AR, B = MA)
> asim8c <- simulate(mod2, sampleT = 60, sd = 1.5)
```

ainsi, alors que `arima.sim()` ne peut simuler que des ARMA ou des ARIMA explicites, `simulate()`, comme `filter()` peut simuler toute autorégression.

7.2 Intervention

Exercice 7.3

On dispose d'une série de 100 observations. On sait qu'à la date $t1 = 10$, une intervention a provoqué une hausse brutale du niveau moyen de la série qui est progressivement revenue à son niveau antérieur à la date t1. D'autre part, en t2 = 25, une autre intervention a provoqué une baisse progressive, avec des oscillations, du niveau moyen vers un niveau durablement inférieur.

1. Ecrire formellement ce mécanisme. On notera $\omega_i, \delta_i, i = 1,2$ les paramètres des deux interventions.
2. Ecrire le code R pour calculer cet effet. Choisir des valeurs sensées pour les paramètres.

Réponse.

L'intervention en $t1$ est associée à une impulsion P_t^{t1} et un amortissement du type

$$\frac{\omega_1}{1-\delta_1 \mathrm{B}}, \qquad \omega_1, \delta_1 > 0$$

et celle en $t2$, qui dure, est associée à un échelon S_t^{t2} et l'amortissement est du même type avec maintenant $\omega_2 > 0$, $\delta_2 < 0$. Sans autres précisions, l'intervention en $t2$ va provoquer un saut de ω_2. On peut l'atténuer en introduisant une intervention ponctuelle P_t^{t2} de coefficient $\omega_3 < 0$.

A la date $t2$ la série est nécessairement en train de revenir à son niveau moyen initial quand survient l'événement.